

■: 普通文本 ■: 强调文本 ■: 注释/吐槽 □: 强调用注释 […]: 相关资料

■: 前置知识/解释【较简单或非定量, 解答可能的疑惑和防止思路脱节/卡壳】

■: 并不重要但懂多点总归是好的【通常较难且(应该)无需掌握, 偏牛角尖】

笔者也是大二学生, 同步学习中, 可能会有错漏, 请谨慎查看本文档。欢迎纠错~

本笔记旨在回顾整理难点和对一些细节刨根问底, 很多是额外的! 不过除了满足好奇心外, 它们对本课程的学习也是有帮助的, 毕竟理解不够深刻的应用只是无根之萍。

Week 1

Week1 信息量着实大, 大致分为 2 部分。一是半导体至 pn 结的物理原理; 二是二极管电路分析。其中 Part1 又基础又神秘又烦又难, 所以 week1 是以 Part1 部分为主。

第一周这些物理细节折煞人也! 虽然大部分公式知道会用就好, 但不知其所以然又怎么会满足呢? 我们的笔记, 就从艰难的第一周开始。

先问: 为什么会有辣么多自然指数 e^{xxx} ...在公式里?

因为这些物理现象和量子论脱不开关系, 背后充满了概率分布和统计学结果, 所以这种复杂成分很常见, 比如 $e^{\frac{q}{kT}}$ 。

进一步挖掘可参见词条(指 wiki) >>>费米-狄拉克分布 >>其常用近似: 波尔兹曼分布

化学层面的解释 ppt 讲的还是挺清楚的, 就不多言了。这里先看到第一个神秘公式:

Intrinsic Carrier Concentration



• An intrinsic semiconductor is a single-crystal semiconductor material. The densities of electrons and holes are equal

• We use the notation n_i as the **intrinsic carrier concentration** for the concentration of the free electrons

$$n_i = BT^{\frac{3}{2}} e^{\frac{-E_g}{2kT}}$$

- B : constant coefficient related to specific semiconductor
- T : temperature in Kelvin (K)
- E_g : semiconductor bandgap energy (eV)
- K : Boltzmann's constant (86×10^{-6} eV/K)

7 September
2020

EEE109: Introduction and Chapter 1

27

这几乎没法解释, 是量子论推出来的东西, 并且涉及很多概念, 非常的难。°(/ Δ°)

这公式是本征半导体的载流子浓度的计算方法。本征半导体自由电子和空穴浓度相等, 此处是自由电子浓度。

不过可以试着做些物理意义注释[1]:

前面, $BT^{\frac{3}{2}}$ 连起来其实是一个被称为“导带有效状态密度”的函数, 和温度有关。不同的材料在不同的温度下会有不同的值

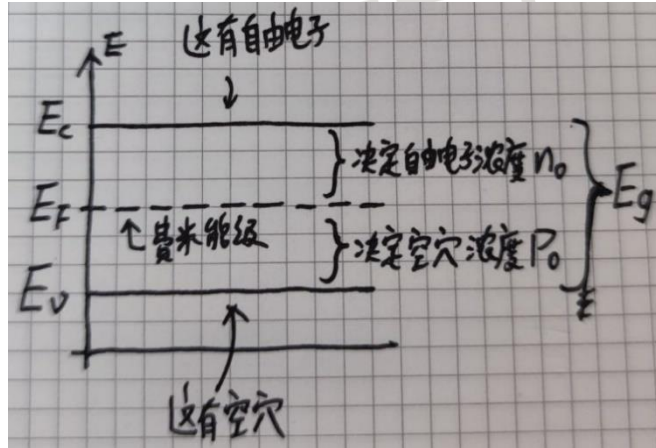
后面 $e^{\frac{-E_g}{2KT}}$ 其实是把导带电子热平衡浓度的 $e^{\frac{E_c-E_F}{KT}}$ 和价带空穴热平衡浓度的 $e^{\frac{E_F-E_v}{KT}}$ 二者合一：

$$\frac{E_c-E_F}{KT} = \frac{E_F-E_v}{KT} = \frac{E_c-E_v}{2KT} = \frac{E_g}{2KT}$$

热平衡：半导体的载流子因热运动而生，在没有外界物理影响的情况下会达到一个稳定的状态(指浓度不变)，此时叫热平衡。

E_F 费米能级：温度为绝对零度时价能带中充满电子的最高能级。对载流子浓度的计算有着重要作用。本征半导体的 E_F 在禁带中央。

因为在本征半导体中这两能量差相等，所以就相加再除 2 了。其实算出来是一样的。



前后合一就可以算出本征半导体在某温度下的载流子浓度啦~

式中的 $e^{\frac{-E_g}{2KT}}$ 是由式 $\frac{1}{1+e^{\frac{E_g}{2KT}}}$ 近似得来的 [2]

其实本征半导体的 E_F 在禁带中央偏下一点 [3]p40, 但需要对 $BT^{\frac{3}{2}}$ 有更深刻的理解和运用, 没必要了。

……也只能分析到这种程度了。

Electron and Hole Concentration



- The electron and hole concentrations in a semiconductor is *in thermal equilibrium*

$$n_o p_o = n_i^2$$

- n_o is the thermal equilibrium concentration of free electrons
- p_o is the thermal equilibrium concentration of holes
- n_i is the intrinsic carrier concentration

- n-type

- N_d is the donor concentration
 $N_d \gg n_i \Rightarrow n_o \cong N_d$
- Hole concentration is:

$$p_o = \frac{n_i^2}{N_d}$$

- p-type

- N_a is the acceptor concentration
 $N_a \gg n_i \Rightarrow p_o \cong N_a$
- Electron concentration is:

$$n_o = \frac{n_i^2}{N_a}$$

7 September 2020

EEE109: Introduction and Chapter 1

34

这个公式就要理解+学会使用了。

左边 $n_o p_o = n_i^2$ 这个式子看上去还挺简单的，但是仔细想想就摸不着头脑……因为不知道他为什么成立，怎么来的。书上也没有讲，非常神秘。

经过查阅相关书籍 [3]，发现是这样子的：在半导体中，电子-空穴对会不断产生和消失，最终维持在某个浓度，是动态平衡。

其中，产生率 $G=G(T)$ ，是一个仅与温度相关的函数。

复合率（对消失率） $R=npR(T)$ ，不仅和温度相关，也和当前半导体内电子浓度(n)和空穴浓度(p)的乘积(np)正相关（此处将 np 单独提取出来，后面的 R(T)和 G(T)一样是一个仅与温度相关的函数）

在半导体里参杂一定量的杂质似乎不会对 G(T) 和 R(T) 产生太多影响，至少在近似的时候，可以把这两者看作是仅与温度相关的函数，而不为杂质所动。

为什么复合率和 np 而不是 n+p 等成正相关？还没有找到更底层的理论。但是就定性分析上来看，要复合，就意味着电子要嵌到空穴里去。那么空穴和电子就要刚刚好“撞”在一起。这相当于在空间中选择一个点，这点是空穴的概率乘上这个点是电子的概率，等于它们相撞（复合）的概率。而这两概率其实就是“浓度”，所以说是乘积也就理所当然了（吧）

当达到动态平衡时，R=G。此时如果是一块本征半导体，则平衡时 $n_0 = p_0 = n_i$ ， $n_0 p_0 = n_i^2$

因为 n_i 本来就是用来表示本征半导体热平衡时的 n_0 又因为本征半导体所有可动电子和空穴皆来自电子-空穴对，所以 $n_0 = p_0$

于是：G(T)=npR(T) = n_i^2 R(T)

当我们向本征半导体里参杂杂质时，杂质会相应的提供 n/p 浓度，于是 $n_0 \neq p_0$ 了。但是 G=R，温度也没变，于是 G(T)= $n_0 p_0$ R(T) = n_i^2 R(T) 依然成立。消去 R(T)，得到 $n_0 p_0 = n_i^2$ 。（概览：温度不变， $n_0 p_0 =$ 某常数 = n_i^2 ）

结合右边变式，这一结论等式可以指导我们掺杂浓度与载流子浓度的关系。好事儿至此，对于这个方程的解释可以说已经相当令人满意，可以告一段落了。

导电机理(week1 PPT p38-42)

材料内部产生电流有有两种来源：漂移和扩散。就不放 PPT 了

Drift: the movement caused by electric fields

漂移：电场引起的载流子移动

Diffusion: flow caused by variations in the concentration

扩散：浓度差引起的载流子移动

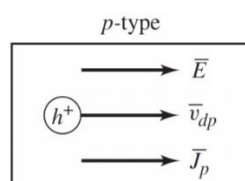
PPT 中给出了漂移电流密度的公式(空穴部分)

Drift Current Density

- An electric field is applied to a p-type semiconductor
- The hole drift produces a drift current density (A/cm²):

$$J_p = +epv_{dp} = +ep(+\mu_p E) = +ep\mu_p E$$

- e is the magnitude of the electronic charge
- v_{dp} is drift velocity
- μ_p is a constant called hole mobility
- p is the hole concentration



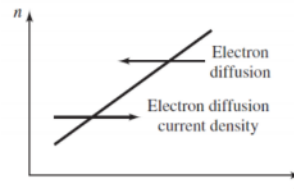
两种载流子加起来就是 $J_n = en\mu_n E + ep\mu_p E = \sigma E = \frac{1}{\rho} E$

其中，因为半导体不是超导体，载流子在电场作用下会有个平均速度， $V_{dp} = \mu_p E$ 。系数 μ_p/μ_n 被称为空穴/电子迁移率。

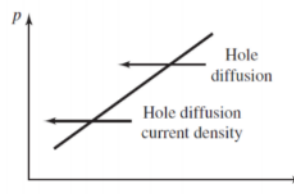
但是，扩散电流的公式却没有给出

Diffusion Current Density

- A flow of **particles** away from the high-concentration region and toward the lower-concentration region



- The diffusion current associated with the electrons flows in the opposite direction when compared to that of the holes (**conventional current is in the direction of the flow of positive charge**)



只是定性分析了一下。

于是这里咱提一嘴：

首先，由于扩散电流是因为可动载流子浓度差导致的，因为在不同的空间位置会有不一样的浓度变化率，不同的空间位置会有不同的扩散电流密度 J_n 。

一般来说，其浓度变化只会在一个方向上有变化。这里以自由电子为例，我们可以使用 $J_n(x)$ ，这种函数形式来表示 x 方向上的 J_n 分布。

那么有公式[3]：

$$J_n(x) = qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

q：载流子电荷量

D_n ：电子扩散系数

$n(x)$ ：可动电子浓度的分布函数

空穴同理。

这个公式还是很简单明了的， $J_n(x)$ 和 x 位置上浓度分布的导数(浓度变化率)、单个载流子电荷量成正比，再乘上一个系数。

它麻烦在其值是随 x 变化的，不好算，不像漂移电流那样简单。

在推导 pn 结伏安曲线是用到了

不过一般情况下我们基本是用不上的。

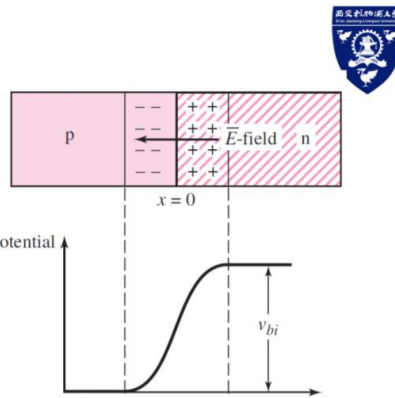
接下来是 pn 结内建电势差：

Built-in Voltage

- A **built-in potential barrier** or **built-in voltage** V_{bi} is developed across the junction

$$V_{bi} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) = V_T \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

- e is the magnitude of the electronic charge
- k = Boltzmann's constant
- T = absolute temperature
- V_T is the **thermal voltage**
 - $V_T = 0.0026$ V at room temperature $T = 300$ K

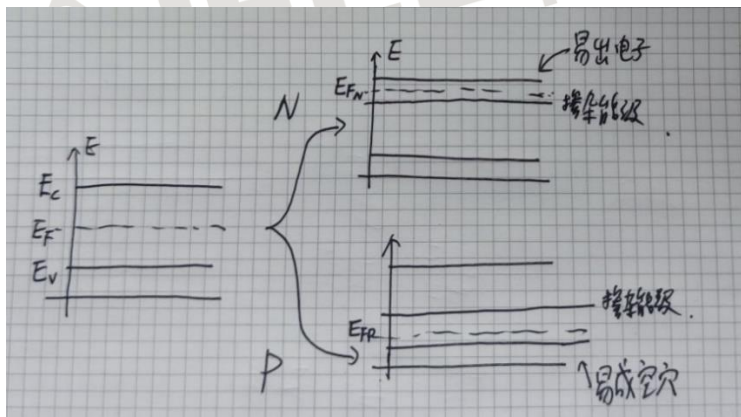


$$V_{bi} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

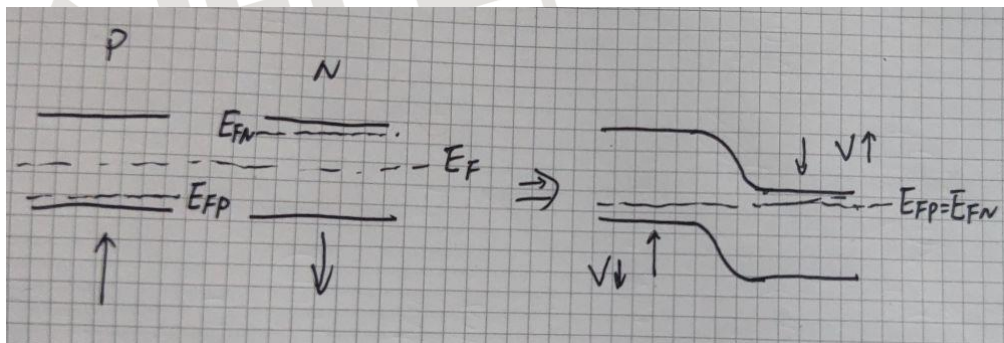
在(另一本书[3]上说是设定漂移流密度与扩散流密度相等(我也不知道这两个不相等会发生什么)而推导出的更方便的表述形式。其麻烦式是：
 $\frac{q}{2\epsilon} (N_a X_{dp}^2 + N_d X_{dn}^2) = V_{bi}$ 不过带有 x 坐标方向上的信息，而不是单纯的给出内建电势差(V_{bi})，有更多的用处。

其实有了之前的那些知识，我们甚至可以尝试自己去推导这个方便公式！(吧)

不过仍然需要知道一些新东西：掺杂杂质时，我们实际上赋予了材料一个新的费米能级和能带：



然后在形成 PN 节的时候，原来看上去高度不一样的费米能级会变成一条线，但是两边就会弯掉：



而这个过程其实就是 PN 节形成耗尽区时能级视角看到的東西 (应该是)。那么, 由于越往上电子能量越大, 所以下方电压高, 上方电压低。取本征半导体的费米能级 E_F 为 0 电势, 所以 n 级电压升高, $\Delta V_n = E_F - E_{Fn} > 0$; p 级电压下降, $\Delta V_p = E_{Fp} - E_F < 0$, $V_{bi} = \Delta V_n - \Delta V_p$

那么, 怎么算这个费米能级变了多少呢? 以下是我自己推导的, 不过应该没问题

首先我们知道, 之前所谓公式 $n_i = BT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$ 其实可以分成电子和空穴两部分, 只不过在本征半导体的特殊条件下相等化整了。但是由于 np 结一边 n 型一边 p 型都不是本征半导体, 少数载流子可以直接忽略不计, 比如 n 型需只看自由电子:

$$n_0 = BT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_c - E_{Fn}}{kT}} = BT^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} e^{-\frac{E_F - E_{Fn}}{kT}} = n_i e^{-\frac{-e\Delta V_n}{kT}} = n_i e^{\frac{e\Delta V_n}{kT}} = N_d$$

再由 $n_i e^{\frac{e\Delta V_n}{kT}} = N_d$ 得到 $\Delta V_n = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)$

p 型同理可得: $\Delta V_p = -\frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$

最后, $V_{bi} = \Delta V_n - \Delta V_p = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$, 证毕。

接下来是 PN 结的理想伏安曲线图, 肖克莱方程。

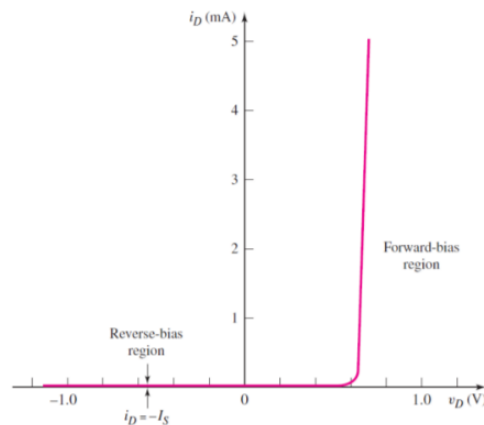
Ideal Current-Voltage (I-V) Relationship



- The theoretical relationship between the voltage and the current in the pn junction is given by

$$i_D = i_S \left[e^{\left(\frac{v_D}{nV_T}\right)} - 1 \right]$$

- i_S is the **reverse-bias saturation current**, ranges of 10^{-18} to 10^{-12} A for silicon pn junctions
- Emission coefficient $n \in [1, 2]$



7 September 2020

EEE109: Introduction and Chapter 1

51

这是 week1 里最重要的内容之一, 之后也会多次遇到。

$\frac{v_D}{nV_T}$ 中的 n 是考虑了实际情况的排放系数 [4], 推导理想公式时不考虑它 (默认为 1)。

*推导它并不是必须的。对于作业考试, 我们只需知道这个方程, 会用会算就行了。

要理解并推导它是前三周里最难的事情了, 其内部物理过程相当复杂, 要求很高。

而且笔者犯了一个想当然的错误, 使得资料搜寻困难重重, 原地踏步。

因为这个错误及其解决在日后的学习里都相当具有指导性意义，所以我直接写在了公式证明之前。可能可以帮助到遇到过类似困境的同学。

错误的思路(以及心路历程):

$I_D = I_S \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$ ，好家伙，还挺神秘。其中， V_D 是外接电压， V_T 是热电压， e 是自然常数，这些都懂。只有这个 I_S 不知道从哪儿冒出来的，所以，要理解这个式子，先从理解 I_S 开始。

I_S ，PPT上也有解释，是二极管的反向饱和电流，这东西还是很著名的。那么，怎么算呢，得到的等式，其结果的意义是什么？

抱着这样想法的我，却绝望的发现不管是网络还是书本，都基本找不到特别靠谱的解释，很多都是默认你知道了很多东西，对 I_S 却根本没有什么说明。你可以轻松找到公式 $I_S = qA \left(\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} n_{p0} + \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} p_{n0} \right) = qA \left(\frac{D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p p_{n0}}{L_p} \right)$ ，二者等价。但细究下去，却常常是莫名其妙来一句“于是得到 $I_S = \dots$ ”，却不给解释，知其然而不知其所以然。

就这样，这个方程困扰了我3个星期，以至于week2和3的笔记都大受影响。我像一只无头苍蝇在互联网和图书馆中乱转，查到的东西越来越多越来越深奥，却都没有我想要的东西。我甚至找到了一些对肖克莱方程进行补充说明的论文，专业且收费的那种，讨论了些更严谨的证明，却还是没什么收获。也可能是因为没看懂。

9月30日凌晨3:00，我又一次将目光投向书本[3]。

$$I_D = qA \left(\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} n_{p0} + \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} p_{n0} \right) \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right) = I_S \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$$

“……该方程还给出了反向饱和电流 I_S ”

该方程，给出， I_S 。这三个星期以来我一直对这句话感到不满，因为它毫无理由，我不明白为什么前面那一坨东西就等于 I_S ，找寻了那么久，却一无所获。

但我已经黔驴技穷，无路可走了，只能细细咀嚼着这句话。

该方程，给出， I_S 。

该方程。

我或许不应该只专注于“前面那一坨东西”，那只是这个方程的一部分。

肖克莱方程，它描述的是理想情况下pn结的伏安特性。可见，因为pn结的电流是呈指数增长的，所以当电压反向， $e^{\frac{V_D}{V_T}}$ 在 V_D 负半轴很快接近于0， $e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \Rightarrow 0 - 1 = -1$ ， $I_D = -$ 那一坨。于是在反向加压时，我们可以测得一个较为稳定的电流，那一坨。我们称之为反向饱和电流 I_S

我恍然大悟

不是“为什么 $I_S =$ 那一坨”，而是“我们把那一坨称为 I_S ”。

描述客观存在的只有 $I_D = qA \left(\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} n_{p0} + \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} p_{n0} \right) \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$ 这个方程(理想上), 不论两端电压多少, 都可以通过这个式子把电流算出来。

而对于一个 pn 结, 前面那一坨都是无关电压的, 不变的(同一温度下)。其值可以通过测量反向饱和电流测得, 于是, 可以把那一坨记为“ I_S ”。

I_S 的大小, 由前面那一坨决定。 I_S 的稳定性, 由指数增长的伏安特性决定。

当我在思考“为什么 $I_S =$ 那一坨”时, 我其实提前为 I_S 设定了一个模糊的定义, 认为有什么原理使得反偏时会形成一个稳定的电流。然后才能得到这个方程。于是当这个隐藏的定义式摆在我面前时, 我毫无所觉。

这像什么呢? 大概类似人择原理的感觉吧, “不是我们有幸生活在地球上, 是因为地球适宜生存, 我们才会出现”, 因果倒置了。

说到底, 其实哪有那么复杂…根据肖克莱方程, 施加反向电压时电流几乎就是那一坨, 于是管他叫 I_S 。既然 I_S 好测好用, 那用 $I_D = I_S \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$ 来表达也就理所应当。

可能各位会觉得这一大段是在说废话吧? 确实, 大家都知道反向饱和电流是认为测量定义出来的。你个小笨蛋这都不知道害搁这些笔记?

这些东西回想起来确实有点蠢, 但不代表没有意义。看山是山, 看山不是山, 看山还是山, 在这里是思考方式的转变。因为从自然科学到工程科学, 其思维和表达有一点小小的差别。

一开始, 看到 $I_D = I_S \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$, 以为是 I_D 与 I_S 的关系

于是寻找 I_S 的定义与解释, 却苦寻不得。

后来, 明白了 I_S 是因为指数函数的性质自然导出的, 不存在所谓的“ I_S ”。

最后, I_S 这个记号确实和反向饱和电流这一物理意义不可分割, 是由于二极管伏安特性自然导出, 那一坨既是二极管自身属性得出的常数, 也是反向饱和电流的理论值, I_S 就是那一坨, 那一坨也就是 I_S 。

可能听上去很绕……这东西确实难以表达……

$I_D = qA \left(\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} n_{p0} + \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} p_{n0} \right) \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right) = I_S \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$, 这个式子既给出了 I_D 的函数,

又定义了 I_S 本身, $I_D = I_S \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$, 二者通过函数关系相互联系, I_S 可以测得, 函数可以计算, 皆大欢喜。

这门课里还有很多可能引起类似困境的概念, 比如热电压 V_T 。工科的表达常常从应用和实际情况出发, 把细节封装。这似乎会比理科相对不严谨一些, 引起误会。但归根究底, 其逻辑常常是正确且简洁的, 尽快适应这种思维以和教材/资料/老师达成某种“默契”, 应该会是今后学习的重要技巧。

接下来，我们将做推导：

在看此推导之前可以先看看下一张有关开关瞬态 PPT 的解析，有助于理解这个推导的前提背景

背景：

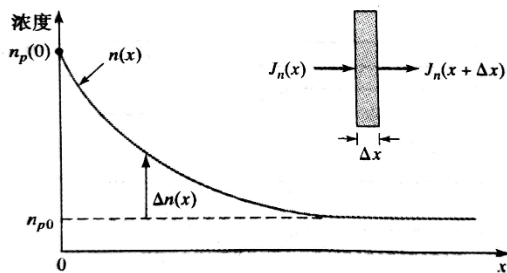
1. 由于耗尽区的存在，二极管导通时 pn 结周围的电流分析不像普通电阻一样以漂移电流为主，而是以耗尽区边缘随外电压改变的**载流子浓度**产生的**少子扩散电流**为主，**p 区看电子，n 区看空穴**。
2. 推导以少子扩散电流为中心，合理性后续会解释。
3. 推导假设多数载流子的浓度不会发生显著变化，依旧是掺杂浓度。

推导： [3]

当二极管两端施加电压，其耗尽区周围少数载流子浓度发生改变。用正接 V_D 时的 **p 区** 耗尽区**边界处**举例：

$$n_p = N_D n_i e^{-\frac{e(V_{bi}-V_D)}{kT}} = N_D n_i e^{-\frac{(V_{bi}-V_D)}{V_T}} = n_{p0} e^{\frac{V_D}{V_T}} \quad (\text{热平衡时是 } n_{p0})$$

则**边界处**过量少数载流子浓度 (多出来的浓度)为： $\Delta n(0) = n_p - n_{p0} = n_{p0} \left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1 \right)$



而在整个空间里，少数载流子浓度的分布 $n(x)$ 如右图所示，离耗尽区越远浓度越小，最终回落至普通水准。这就形成一个浓度梯度，形成扩散电流。其电流密度函数为 $J_n(x)$ 。

当载流子浓度发生变化，其复合率也就随之改变。如果设热平衡时的复合率为 R ，变化后的复合率为 $R(x)$ ，由于 $R \propto np$ ，所以 $R(x) = \frac{n(x)}{n_{p0}} R$ 。因为热平衡时 $R = G$ ，且生产率 G 不变，所以净复合率 $\Delta R(x) = \frac{n(x)}{n_{p0}} R - G = \frac{n(x)}{n_{p0}} R - R = \frac{n(x) - n_{p0}}{n_{p0}} R = \frac{\Delta n(x)}{n_{p0}} R = \frac{\Delta n(x)}{\tau_n} G$

τ_n 是少数载流子寿命。由上推导可得， $\tau_n = \frac{n_{p0}}{R}$ 。其合理性佐证 [5]：

以 p 掺杂半导体为例，在热平衡时 $R = \alpha_r n_0 p_0 = G$ ，其中 α_r 是复合系数。

则少数载流子寿命 $\tau_n = \frac{1}{\alpha_r p_0} = \frac{n_0}{\alpha_r n_0 p_0} = \frac{n_0}{R}$ (上式 n_{p0} 就是此处 n_0)。n 掺杂半导体同理。

因为不同距离上有不同的少数载流子浓度，不同距离的截面中复合率也就不同。所以当我们分析某一截面薄层中的电流和少数载流子浓度时，其关系如下：

少数载流子浓度变化率 = 流入流出电流密度差值 / 载流子电荷 - 复合率

$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n(x)}{\partial x} - \frac{\Delta n(x)}{\tau_n}$$

又因为扩散电流密度公式 $J_n(x) = q D_n \frac{dn(x)}{dx}$ ，得：

$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = D_n \frac{d^2 n(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n(x)}{\tau_n}$$

由于我们要解出二极管在某电压下的稳定电流，此电流必然是不随时间改变的。这意味着在我们的薄层分析中，其载流子浓度将不变，对时间求导的 $\frac{\partial n(x)}{\partial t}$ 必然为0。所以：

$$D_n \frac{d^2 n(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n(x)}{\tau_n} = 0$$

移项得

$$\Delta n(x) = D_n \tau_n \frac{d^2 n(x)}{dx^2}$$

因为 $n(x) = n_{p0} + \Delta n(x)$, $\frac{d^2 n(x)}{dx^2} = \frac{d^2 \Delta n(x)}{dx^2}$

解得：

$$\Delta n(x) = \Delta n(0) e^{\frac{-x}{\sqrt{D_n \tau_n}}}$$

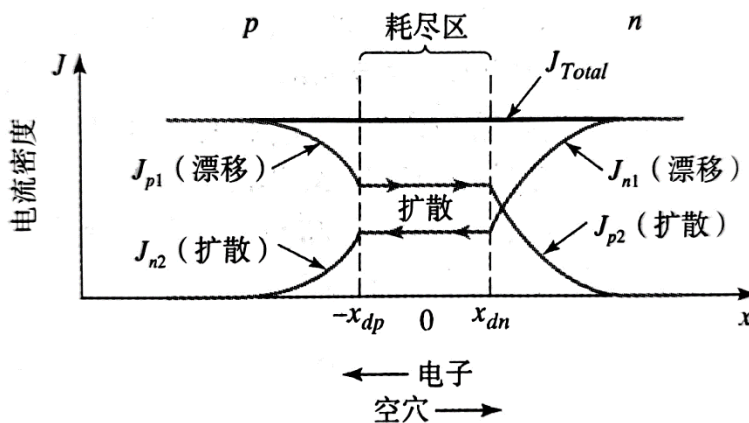
再用扩散电流密度公式解得 $J_n(x) = q D_n \frac{dn(x)}{dx} = q D_n \frac{d\Delta n(x)}{dx} = -q \Delta n(x) \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}$

n 区空穴电流同理。

第二个难点：此扩散电流密度和总电流有什么关系？这电流密度会随 x 变化，又该如何选取呢？

在 np 结两侧的半导体内其实同时存在两种电流：少数扩散电流和多子漂移电流。

因为扩散电流密度是随 x 变化的函数，当少数扩散电流随着 x 而变小，我们未分析的多子漂移电流就会变大，总电流则保持不变。如图：



由于在理想条件下忽略了耗尽区的载流子复合效应(这也是发射系数的由来，电子/空穴电流在耗尽区两端的值是相同的，有多少载流子就爬过去多少。所以，一侧交界处的少数扩散电流就是另一侧交界处的多子漂移电流。又因为总电流处处相等，只需要算出两边交界处(x=0)各自的少数扩散电流，相加即可得到总电流了。

肖克莱对此理想方程最宝贵的贡献也在于此，抓住了总电流处处相等和耗尽区两端电

子,空穴电流相等这两个特点, 将复杂的物理情景简化成算两处扩散电流的简单问题。不然还要分析漂移电流的空间分布……

P 侧: $J_n = J_n(0) = -\left(-q\Delta n(x)\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}\right) = q\Delta n(0)\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}$ (电荷为负, 电流为正)

n 侧: $J_p = J_p(0) = q\Delta p(0)\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}}$

电流=电流密度 J * 截面积 A

总电流 $I_D = A(J_p + J_n) = qA\left(\Delta p(0)\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} + \Delta n(0)\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}\right)$

因为 $\Delta n(0) = n_p - n_{p0} = n_{p0}\left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1\right)$

同理 $\Delta p(0) = p_{n0}\left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1\right)$

所以 $I_D = qA\left(p_{n0}\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} + n_{p0}\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}\right)\left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1\right) = I_S\left(e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1\right)$, 证毕。

最难的高山已然翻过……

下一个, 开关瞬态(反向恢复)。

Switching Transient

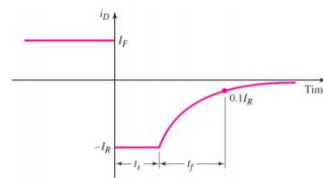
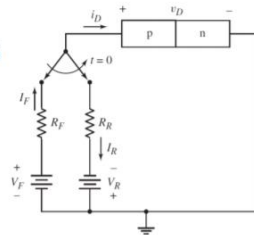
- The diode is switched from the forward-bias “on” state to the reverse-bias “off” state
- For $t < 0$

$$i_D = I_F = \frac{V_F - v_d}{R_F}$$

- At $t = 0$, **diffusion currents** are created

$$i_D = -I_R = \frac{-V_F}{R_R}$$

- I_R is approximately constant
- $0^+ < t < t_s$
- t_s is the **storage time**



7 September 2020

EEE109: Introduction and Chapter 1

55

啊哈, 这个。这个 t_s 上课的时候可在意了, 为什么为什么为什么呢(° Δ ° ≡ ° Δ °)?

实际上理解起来很简单。

一开始二极管正向导通, PN 节变窄, 电阻巨小, 电流通畅。但是 PN 节变窄不是很简单像一个矩形变窄了一样, 相反, 会有很多载流子从耗尽区扩散开来, 边界并不干脆, 反而像一个坡, 慢慢过渡到正常的半导体去。

那么切至反向电压的时候，这些储存在外表坡上的载流子就会回滚，不仅提供了电流，也延缓了 PN 节变宽的时间，提供了长达 t_s 的稳定反向电流。而当这些耗的差不多的时候，PN 节变宽，电阻变大，电流骤减，一切结束……

至于 t_f ，因为在应用时电流减到原来 1/10 差不多算截止了，所以定义了这么个 t_f 。

Ps: ppt 上把 V_R 打成 V_F 了

接下来就是 Part2，二极管电路模型分析惹！

说实话和那些物理细节比起来简单不知道到哪里去了~原理常常是复杂难懂的一比，可用起来确实相当 simple。尤其是在电路分析里我们又常常把指数伏安特性的二极管进一步简化成反偏断路正偏电阻为零的快乐阴阳器件，真是亦可赛艇(´▽`)

不过虽然变简单了，还是有些东西可以讲讲的，比如这个 load line.

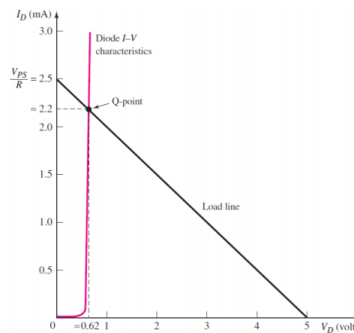
Load Line Analysis



- This equation is referred to as the circuit **load line**

$$I_D = -\frac{1}{R}V_D + \frac{V_{PS}}{R}$$

- The intersection of diode I-V characteristic with the load line is the **quiescent point, or Q-point**.
 - $V_D \approx 0.62 \text{ V}$
 - $I_D \approx 2.2 \text{ mA}$



高中没选物理或者物理 8 太好或者记性 8 太行的 pong 友可能会对这条黑黑的负载线有所疑问。这东西在计算“带内阻电池的最大输出功率”时用到过。右下那点是电流为 0（理想电压表）时的用电器两端电压（电源电动势）；左上是假设用电器变成导线电阻为 0，在内阻的限制下的最大输出电流，最大输出电流=电源电动势/内阻。外接电阻的状态在这条线上滑动，算其横纵坐标乘积($P=UI$)的最大值。

现在这图就更常用了，因为任何我们所关注的用电器以外的器件都可以充当“内阻”功能。这条黑黑负载线的意义在于，不论我们关注的是什么用电器，其外部环境已经将此器件能够存在的状态限制在了这条线上。

配合伏安曲线，其相交的 Q 点就是此用电器在已知环境下的运行状况(电压 x ，电流 y)。

更有趣的是，这条负载线的应用可以和 EEE103 lab 课上我们亲自做的试验联动——taskB 是为了验证一个定理：**戴维南定理**（编辑：其实后来 109 也讲了）

戴维南定理 (Thevenin's theorem)：含独立电源的线性电阻单口网络 N ，就端口特性而言，可以等效为一个电压源和电阻串联的单口网络。[6]

“一个电压源和电阻串联的单口网络”，说白了就是一个带内阻的电池空着两端等着接用电器。瞧，这不就对上了嘛？

相应地：电压源的电压等于单口网络在负载开路时的电压 u_{oc} (右下的点)；电阻 R_0 是单口网络内全部独立电源为零值时所得单口网络 N_0 的等效电阻(左上的点)。[6]

怎么样，知识的网络，很有趣吧？

之后就没什么值得一说的了。虽然 ppt 71 页塞了一页推导公式看上去很复杂，但其实就是告诉你“在电路分析时我们把二极管的指数伏安特性进一步近似简化成了线性方程，是这么算的！”。因为推导很详细所以满满当当，仔细看看其实简单明了。

好，那么，我们的 week1 笔记就到此为止了，感谢各位观看。

接下来是 week2 了，敬请期待 σ

相信本文档会多有错漏与不足，也请各位看官 dalao 与我们交流提问纠错指正。

……交流渠道……



西浦科协唯一指定关注二维码

你可以把文档相关的问题发给公众号，我们会及时查看回复

[1]: <https://zhuanlan.zhihu.com/p/57998937>

[2]: https://en.wikipedia.org/wiki/Charge_carrier_density

[3]: 《电子与电路设计》CB 可借 索书号 CN TK7867.S817 4

所在位置: CB8F 最东北方书架(那一块)，可看见 FB 和 SA/B/C/D 楼

[4]: https://en.wikipedia.org/wiki/Shockley_diode_equation

[5]: <https://wenku.baidu.com/view/b934c4125f0e7cd18425362f.html#>

[6]: <https://baike.baidu.com/item/戴维南定理>